

**M A T H E M A T I Q U E S**

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrées unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites, leur utilisation sera considérée comme une fraude. Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE I**(06 points)****NB : Les résultats en cm seront donnés à 10^{-2} près.**

Un forgeron tape sur une pièce métallique d'épaisseur 1cm. A chaque coup, l'épaisseur du métal diminue de 1%.

On suppose que le temps entre deux coups consécutifs est de 6 secondes.

On désigne par U_0 l'épaisseur initiale et par U_n l'épaisseur après n coups (n un entier naturel).

- 1) a) Calculer U_1, U_2 et U_3 **(0,75 point)**
b) Etablir une relation entre U_{n+1} et U_n . **(0,75 point)**
En déduire la nature de la suite (U_n). **(0,50 point)**
- 2) a) Exprimer U_n en fonction de n . **(01 point)**
b) En déduire l'épaisseur de la pièce juste avant le 11^{ème} coup. **(01 point)**
- 3) On considère la pièce finie, lorsque son épaisseur est inférieure ou égale à 0,25cm.
a) Combien de coups seront-ils nécessaires pour terminer la pièce? **(01 point)**
b) Quel est le temps minimal nécessaire pour terminer la pièce? **(01 point)**

EXERCICE II**(04 points)**

Un joueur de football dispose de trois paires de chaussures de couleurs différentes dans un tiroir. A quelques heures d'un match le joueur tire au hasard deux chaussures du tiroir:

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants:

- A «Elles appartiennent à la même paire». **(01 point)**
- B «Le joueur ne peut pas jouer avec ce tirage». **(01,5 point)**
- C «il y a un pied droit et un pied gauche». **(01,5 point)**

PROBLEME**(10 points)**

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b - e^x$; a et b sont des nombres réels.

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé; unité 2 cm.

- 1/ Déterminer la dérivée f' de f en fonction de x . **(01 point)**
- 2/ Déterminer les nombres réels a et b de façon que: **(01,5 point)**
la courbe de f soit tangente en O à l'axe des abscisses.
- 3/ On suppose dans la suite du problème que $f(x) = x + 1 - e^x$
 - a) Etudier la fonction f et dresser son tableau de variation. **(02,5 points)**
 - b) Montrer que la droite d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique. Puis préciser la branche parabolique. **(01,5 point)**
 - c) Tracer cette droite et la courbe représentative (C_f) de f dans le repère précédent. **(01,5 point)**
 - d) Déterminer une primitive de la fonction f sur \mathbb{R} . En déduire l'aire en cm^2 de la partie comprise entre les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$, l'axe des abscisses et la courbe représentative de f . **(02 points)**